

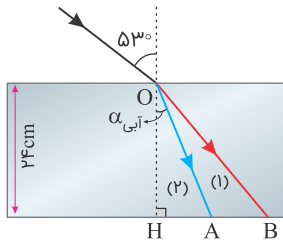


گزینه ۱

۱

ضریب شکست تیغه برای نور قرمز که طول موج آن بیشتر از طول موج آبی است، کمتر از نور آبی است. بنابراین انحراف آن کمتر از نور آبی است. پس پرتوی (۱)، پرتو قرمز و پرتوی (۲)، پرتوی آبی است.

رابطه شکست را برای نور آبی می‌نویسیم تا زاویه آبی α به دست بیاید و با توجه به نسبت مثلثاتی زاویه آبی α فاصله HA را به دست می‌آوریم:



$$\frac{1}{1/6} = \frac{\sin \alpha_{\text{آبی}}}{\sin 53^\circ} \Rightarrow \alpha_{\text{آبی}} = 30^\circ$$

$$\tan \alpha_{\text{آبی}} = \frac{HA}{OH} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{HA}{24} \Rightarrow HA = 8\sqrt{3} = 13/6 \text{ cm}$$

با توجه به این که $AB = 4/4 \text{ cm}$ است، فاصله $HB = 13/6 + 4/4 = 18 \text{ cm}$ است. زاویه شکست پرتو قرمز را با توجه به مثلث OHB به دست می‌آوریم:

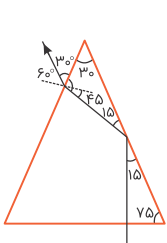
$$\tan \alpha_{\text{قرمز}} = \frac{HB}{OH} = \frac{18}{24} = \frac{3}{4} \Rightarrow \alpha_{\text{قرمز}} = 37^\circ$$

رابطه شکست را برای نور قرمز تا ضریب شکست تیغه برای نور قرمز به دست بیاید.

$$\frac{1}{n_{\text{قرمز}}} = \frac{\sin \alpha_{\text{قرمز}}}{\sin 53^\circ} \Rightarrow \frac{1}{n_{\text{قرمز}}} = \frac{\sin 37^\circ}{\sin 53^\circ} \Rightarrow n_{\text{قرمز}} = \frac{4}{3}$$

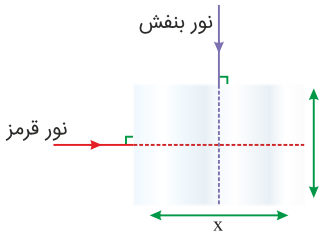
گزینه ۴

۲



$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{\sin 60^\circ}{\sin 45^\circ} = \frac{\sqrt{6}}{n_1} \Rightarrow n_1 = 2$$

مطابق شکل زیر، نور قرمز طول مستطیل و نور بنفش عرض مستطیل را در زمان‌های مشابه t طی می‌کنند، بنابراین:



$$x = v_{\text{قرمز}} \times t$$

$$y = v_{\text{بنفش}} \times t$$

$$\frac{x}{y} = \frac{v_{\text{قرمز}}}{v_{\text{بنفش}}} \xrightarrow{v = \frac{c}{n}} \frac{x}{y} = \frac{n_{\text{بنفش}}}{n_{\text{قرمز}}} = \frac{1/6}{\frac{4}{3}} = 1/2 \Rightarrow y = \frac{x}{1/2} = \frac{5}{6}x \quad (I)$$

مساحت قطعه شیشه 30 cm^2 است، در نتیجه:

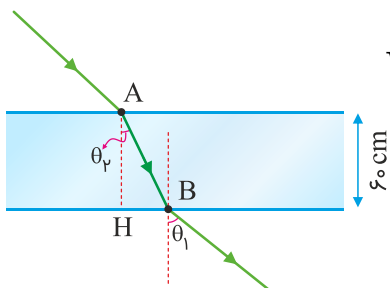
$$xy = 30 \xrightarrow{(I)} x\left(\frac{5}{6}x\right) = 30 \Rightarrow x^2 = \frac{6 \times 30}{5} = 36 \Rightarrow x = 6 \text{ cm}$$

ابتدا با استفاده از رابطه $n = \frac{c}{v}$ ، تندی انتشار نور درون شیشه را به دست می‌آوریم:

$$n = \frac{c}{v} \Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{3 \times 10^8}{v} \Rightarrow v = \frac{9}{4} \times 10^8 \text{ m/s}$$

با توجه به $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ ، فاصله AB را به دست می‌آوریم:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \frac{9}{4} \times 10^8 = \frac{\overline{AB}}{\frac{10}{3} \times 10^{-9}} \Rightarrow \overline{AB} = \frac{3}{4} \text{ m}$$



زاویه θ_2 را با توجه به نسبت مثلثاتی کسینوس در مثلث AHB به دست می‌آوریم:

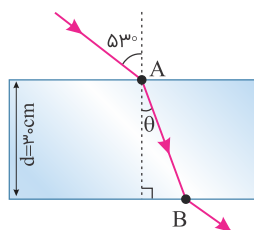
$$\cos \theta_2 = \frac{\overline{AH}}{\overline{AB}} \Rightarrow \cos \theta_2 = \frac{0.6}{\frac{3}{4}} = 0.8 \Rightarrow \theta_2 = 37^\circ$$

حالا رابطه اسنل را برای پرتو خروجی از تیغه می‌نویسیم تا θ به دست بیاید:

$$n_{\text{شیشه}} \sin \theta_2 = n_{\text{هوا}} \sin \theta \Rightarrow \frac{4}{3} \sin(37^\circ) = 1 \times \sin \theta$$

$$\Rightarrow \sin \theta = \frac{4}{3} \times \frac{6}{10} = 0.8 \Rightarrow \theta = 53^\circ$$

زاویه شکست نور را در تیغه θ در نظر می‌گیریم. با توجه به شکل زیر، طول مسیر طی شده توسط نور، برابر است با:



$$AB = \frac{d}{\cos \theta} = \frac{4}{\cos \theta}$$

رابطه شکست را برای پرتو در ورود به تیغه می‌نویسیم:

$$\frac{\sin 53^\circ}{\sin \theta} = \frac{c}{v} \Rightarrow \frac{4/\lambda}{\sin \theta} = \frac{3 \times 10^8}{v} \Rightarrow v = \frac{3 \times 10^8 \sin \theta}{4/\lambda}$$

مدت زمان حرکت پرتو در تیغه برابر است با:

$$\Delta t = \frac{AB}{v} = \frac{\frac{4}{\cos \theta}}{\frac{3 \times 10^8 \sin \theta}{4/\lambda}} = \frac{4/\lambda}{10^8 \sin \theta \cos \theta} = \frac{5}{3} \times 10^{-9}$$

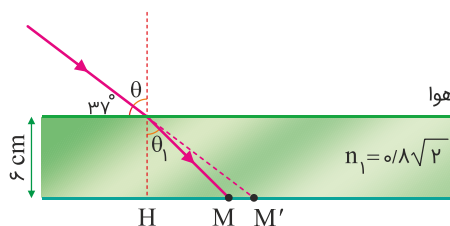
$$\Rightarrow \sin \theta \times \cos \theta = \frac{12}{25}$$

با امتحان گزینه‌ها به $\theta = 37^\circ$ می‌رسیم.

(توجه کنید که می‌توان به حل معادله مثلثاتی پایانی به دست آمده پرداخت، اما نیازی به این کار نیست.)

وقتی پرتوی نوری از هوا وارد هر محیط شفاف دیگری شود، تندی انتشار آن کمتر شده و به خط عمود نزدیک‌تر می‌شود. همچنین می‌دانیم هرچه قدر طول موج نور کمتر باشد، ضریب شکست محیط برای آن نور بیشتر است، در نتیجه ضریب شکست آب برای نور آبی بیشتر است و این یعنی نور آبی بیشتر دچار شکست شده و نسبت به نور قرمز بیشتر به خط عمود نزدیک می‌شود (انحراف آن از مسیر اولیه بیشتر است). پس گزینه ۲ درست است.

ابتدا زاویه ورود پرتو به محیط (۱) را با استفاده از رابطه شکست اسنل به دست می‌آوریم و سپس جابه‌جایی افقی پرتو از راستای اولیه هنگام خروج از این محیط را تعیین می‌کنیم:

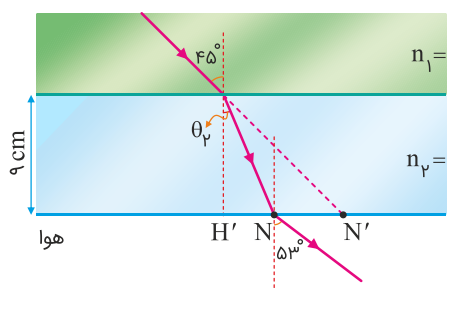


$$n \sin \theta = n_1 \sin \theta_1 \Rightarrow 1 \times \sin 53^\circ = \frac{0.8}{\sqrt{2}} \times \sin \theta_1 \Rightarrow \theta_1 = 45^\circ$$

$$MM' = d(\tan \theta - \tan \theta_1) = 6(\tan 53^\circ - \tan 45^\circ)$$

$$= 6\left(\frac{4}{3} - 1\right) \Rightarrow MM' = 2 \text{ cm}$$

برای محیط دوم هم محاسبات قبلی را انجام می‌دهیم تا جابه‌جایی افقی پرتو در این محیط نیز به دست بیاید: (توجه کنید که چون مرز محیط‌ها موازی است و پرتو در نهایت وارد هوا شده است، زاویه ورود پرتو به هوا همان 53° است)



$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

$$\Rightarrow \frac{0.8}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{6} \times \sin \theta_2 \Rightarrow \theta_2 = 30^\circ$$

$$NN' = d_2(\tan \theta_1 - \tan \theta_2) = 9\left(1 - \frac{\sqrt{3}}{3}\right) \Rightarrow NN' = 3 - 3\sqrt{3}$$

جابه‌جایی افقی پرتو خروجی نسبت به پرتو ورودی برابر مجموع دو جابه‌جایی انجام‌شده در هر محیط است، پس:

$$AA' = MM' + NN' = 2 + 3 - 3\sqrt{3} = 5 - 3\sqrt{3}$$

باید توجه داشت که چگالی هوا با افزایش دما کاهش می‌یابد که این سبب کاهش ضریب شکست می‌شود. بنابراین هوای گرم نسبت به هوای گرم‌تر، محیطی با ضریب شکست بیشتر به حساب می‌آید، بنابراین پرتوی فرودی در هنگام ورود از محیط گرم به محیط گرم‌تر، در مرز ناحیه جدایی دچار شکست شده و از خط عمود دور خواهد شد.

هنگامی که باریک‌تر نور سفید به یک منشور تابیده می‌شود، به مؤلفه‌های رنگی پاشیده می‌شود. ضریب شکست منشور برای رنگ‌های مختلف به صورت زیر است:

$$n_{\text{قرمز}} > n_{\text{نارنجی}} > n_{\text{زرد}} > n_{\text{سبز}} > n_{\text{آبی}} > n_{\text{بنفش}}$$

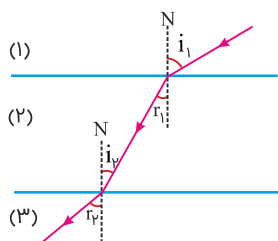
بنابراین میزان انحراف پرتوها نیز به صورت زیر است:

$$D_{\text{قرمز}} > D_{\text{نارنجی}} > D_{\text{زرد}} > D_{\text{سبز}} > D_{\text{آبی}} > D_{\text{بنفش}}$$

بنا بر توضیحات بالا بیشترین انحراف مربوط به پرتوی نور بنفش و ضریب شکست منشور برای پرتو با نور سبز بیشتر از نور زرد است.

ضریب شکست محیط (۲) بزرگ‌تر از ضریب شکست محیط‌های (۱) و (۳) است، بنابراین پرتو موج در عبور از این محیط‌ها به‌صورت زیر شکسته می‌شود.

زاویه انحراف پرتو در ورود از محیط (۱) به محیط (۲) نصف زاویه تابش است، بنابراین:



$$\hat{D}_1 = \hat{i}_1 - \hat{r}_1 = \frac{\hat{i}_1}{2} \Rightarrow \hat{r}_1 = \frac{\hat{i}_1}{2} \Rightarrow \hat{i}_1 = 2\hat{r}_1$$

$$\frac{\sin \hat{i}_1}{\sin \hat{r}_1} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{\sin 2\hat{r}_1}{\sin \hat{r}_1} = \frac{1/6}{1} \Rightarrow \frac{2 \sin \hat{r}_1 \cos \hat{r}_1}{\sin \hat{r}_1} = 1/6$$

$$\Rightarrow 2 \cos \hat{r}_1 = 1/6 \Rightarrow \cos \hat{r}_1 = 0/8 \Rightarrow \hat{r}_1 = 37^\circ$$

$$\hat{i}_1 = 2\hat{r}_1 \Rightarrow \hat{i}_1 = 2 \times 37^\circ = 74^\circ$$

مرزها با یکدیگر موازی‌اند بنابراین خطوط عمود N و N' نیز با یکدیگر موازی‌اند و پرتو عبوری از محیط (۲) مورب است در نتیجه:

$$\hat{i}_2 = \hat{r}_1 = 37^\circ$$

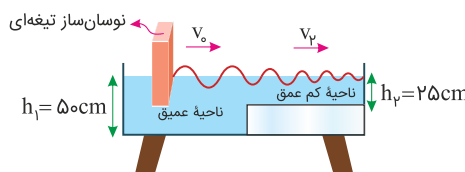
حال قانون اسنل را برای پرتوهای تابش و شکست در محیط‌های (۲) و (۳) داریم:

$$\frac{\sin \hat{i}_2}{\sin \hat{r}_2} = \frac{n_3}{n_2} \Rightarrow \frac{\sin 37^\circ}{\sin \hat{r}_2} = \frac{1/2}{1/6} \Rightarrow \sin \hat{r}_2 = \frac{1/6 \times 0/6}{1/2} = 0/8 \Rightarrow \hat{r}_2 = 53^\circ$$

بنابراین زاویه انحراف کلی پرتو در عبور از سه محیط برابر است با:

$$\hat{D} = \hat{i}_1 - \hat{r}_2 = 74^\circ - 53^\circ = 21^\circ$$

مطابق شکل، عمق ناحیه کم عمق، نصف عمق ناحیه عمیق است ($h_2 = \frac{1}{2}h_1 = 25 \text{ cm}$) بنابراین باتوجه به فرض سؤال، تندی امواج در ناحیه کم عمق ۳۰ درصد کمتر از تندی امواج در ناحیه عمیق است:



$$v_2 = v_1 - \frac{30}{100}v_1 = 0.7v_1$$

$$\Rightarrow v_1 = \frac{10}{7}v_2 \quad (I)$$

اختلاف تندی امواج سطحی در ناحیه کم عمق و عمیق ۱۸ cm/s است، در نتیجه:

$$\Delta v = 18 \text{ cm/s} \Rightarrow v_1 - v_2 = 18 \xrightarrow{(I)} \frac{10}{7}v_2 - v_2 = 18 \Rightarrow \frac{3}{7}v_2 = 18 \Rightarrow v_2 = 42 \text{ cm/s}$$

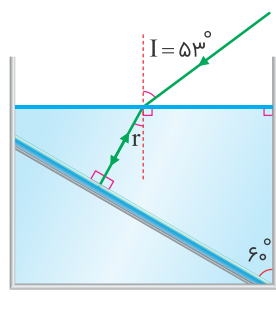
نوسان ساز تیغه‌ای در هر ۱۰ s به تعداد ۳۰ مرتبه در آب بالا و پایین می‌رود و بنابراین بسامد امواج تولید شده برابر است با:

$$n = \frac{t}{T} = tf \Rightarrow f = \frac{n}{t} = \frac{30}{10} = 3 \text{ Hz}$$

در پایان طول موج امواج در ناحیه کم عمق را به دست می‌آوریم:

$$\lambda_2 = \frac{v_2}{f} = \frac{42}{3} = 14 \text{ cm}$$

مسیر حرکت پرتو نور باید به صورت شکل زیر باشد. در این شکل زاویه r برابر است با:



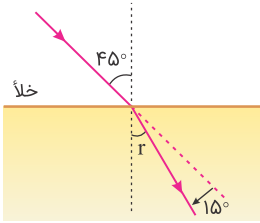
$$90^\circ + 90^\circ + r + 90^\circ + 60^\circ = 360^\circ \Rightarrow r = 30^\circ$$

$$n_1 \sin \hat{i} = n_2 \sin \hat{r} \Rightarrow 1 \times \sin 53^\circ = n_2 \times \sin 30^\circ \Rightarrow 1 \times 0.8 = n_2 \times 0.5$$

$$\Rightarrow n_2 = 1.6$$

حالا باتوجه به قانون شکست اسنل، داریم:

چون پرتو در خلأ منتشر شده است مربوط به یک موج الکترومغناطیسی است. بنابراین با ورود به محیط جدید، تندی آن کم و در نتیجه زاویه شکست کمتر از زاویه تابش می‌شود و پرتو به خط عمود نزدیک می‌شود. بنابراین زاویه شکست برابر $۴۵^\circ - ۱۵^\circ = ۳۰^\circ$ است.



قانون عمومی شکست را برای موج می‌نویسیم:

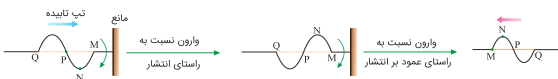
$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{\sin 30^\circ}{\sin 45^\circ} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} = 0.75$$

بنابراین درصد تغییر تندی موج برابر است با:

$$\frac{v_2 - v_1}{v_1} \times 100 = \frac{0.75v_1 - v_1}{v_1} \times 100 = -25\%$$

پس تندی موج ۲۵ درصد کاهش یافته است.

چگالی خطی جرم قسمت ضخیم طناب بیشتر از قسمت نازک است ($\mu_{\text{نازک}} < \mu_{\text{ضخیم}}$)؛ بنابراین طبق رابطه $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ ، تندی انتشار موج در قسمت ضخیم طناب کمتر است و طبق رابطه $\lambda = \frac{v}{f}$ از آنجا که بسامد موج در هر دو قسمت طناب برابر است، طول موج در قسمت ضخیم کمتر است. (رد گزینه‌های ۳ و ۴)
تپ بازتابیده وارونه می‌شود و بازتاب می‌شود.



پرتو نور از لایه‌های بالایی هوا به سمت لایه‌های پایینی هوا حرکت کرده و در میانهٔ راه و در نزدیکی سطح زمین به طور تقریبی به موازات سطح زمین قرار می‌گیرد و به عبارتی زاویه‌ای که با سطح افق می‌سازد، صفر می‌شود و سپس تغییر جهت داده و این بار به سمت بالا حرکت می‌کند تا سرانجام به چشم ناظر برسد. چون پرتو در عبور از هر لایهٔ هوا به طور متوسط $2/5$ درجه منحرف می‌شود بنابراین تعداد لایه‌های هوای بین نقطه‌ای از درخت که دمای آن 24°C است و نقطه‌ای که در آن پرتو به سمت بالا تغییر جهت می‌دهد، برابر است با:

$$N = \frac{30 - 0}{2/5} = 12 \text{ لایه}$$

مطابق با فرض سؤال، اختلاف دمای بین دو لایهٔ متوالی 3°C است، پس دمای لایهٔ پایین‌تر 3°C بیشتر است، بنابراین دمای لایه‌ای از هوا که بیشترین مقدار را دارد (لایهٔ مجاور زمین) برابر است با:

$$\theta_{\max} = \theta + N \times 3$$

$$\theta_{\max} = 24 + 12 \times 3 = 60^{\circ}\text{C}$$

زاویهٔ جبهه‌های موج در هوا با مرز دو محیط از زاویه‌های جبهه‌ها در آب با مرز دو محیط کمتر است. پس تندی انتشار موج در هوا کمتر از تندی انتشار موج در آب است. امواج مکانیکی این ویژگی را دارند که تندی انتشارشان در آب بیشتر از هوا است. امواج مکانیکی در خلأ منتشر نمی‌شوند.

با عبور از محیطی و ورود به محیطی دیگر، بسامد موج عوض نمی‌شود.

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8}{1/2 \times 10^{-6}} = 2/5 \times 10^{14} \text{ Hz} = 250 \text{ THz}$$

با نزدیک شدن پرتو به سطح زمین پرتو افقی‌تر می‌شود و زاویهٔ آن با سطح افق کمتر می‌شود. دیگر گزینه‌ها به موارد درستی اشاره می‌کنند.

با افزایش طول موج، ضریب شکست شیشه برای آن طول موج کم می‌شود.

ابتدا جهت بردار سرعت موج را تعیین می‌کنیم. ۴ انگشت دست راست در جهت $\vec{E}$ یعنی در جهت $+\vec{i}$ به گونه‌ای قرار می‌دهیم که کف دست در جهت $-\vec{y}$ قرار بگیرد. انگشت شست در جهت $-\vec{z}$ قرار می‌گیرد. بنابراین موج در جهت $-\vec{k}$ منتشر می‌شود. (گزینه‌های "۱" و "۳" نادرست‌اند).
تندی موج نیز طبق رابطه ضرب شکست برابر است با:

$$n = \frac{c}{v} \Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{c}{v} \Rightarrow v = \frac{3}{4}c$$

بنابراین سرعت انتشار موج در محیط $\vec{v} = -\frac{3}{4}c\vec{k}$ است. از آنجا که $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}}$ است، بردار سرعت

$$\vec{v} = \frac{-3\vec{k}}{4\sqrt{\epsilon_0\mu_0}} \text{ است.}$$